II Bloque: Principios de máquinas

7. Máquinas: conceptos fundamentales

7.1. Las máquinas

Una máquina puede considerarse como una combinación de cuerpos rígidos o resistentes, provistos de determinados movimientos y capaces de realizar un trabajo útil. Cualquiera de ellas se puede subdividir hasta que su análisis sólo dependa de unos conceptos básicos de la física.

El objetivo de toda máquina es el de realizar un trabajo en un tiempo, mediante el consumo de alguna energía.

7.2. Trabajo

$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = [J]$

Cuando se ejerce una fuerza sobre un cuerpo ($\vec{F}$) y éste se desplaza una cierta distancia (r), se dice, que se ha realizado un trabajo. Si no existe desplazamiento, no se realiza trabajo alguno.

El trabajo se produce cuando el cuerpo se desplaza, ya sea en la dirección de la fuerza o de alguna de sus componentes. matemáticamente: $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}||\vec{s}| \cos \varphi$

Si el (W) es positivo es realizado por una fuerza externa al sistema, si es negativo es el propio sistema quién lo realiza, desprendiendo energía.

En la mayoría de los casos, ni la fuerza será cte., ni el desplazamiento rectilíneo, por lo que:

$\cos 90^\circ = 0$

$$dW = \vec{F} d\vec{s} \Rightarrow W = \int_A^B \vec{F} d\vec{s} =$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

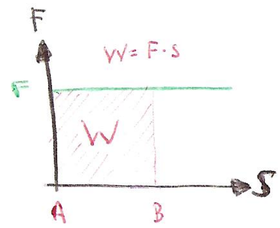
$$d\vec{s} = ds_x \vec{i} + ds_y \vec{j} + ds_z \vec{k}$$

$$\boxed{W = \int_A^B (F_x ds_x + F_y ds_y + F_z ds_z)}$$

$$dW = (F_x ds_x)\cancel{\vec{i}} + F_y ds_y + F_z ds_z$$

$\cos(0^\circ) = 1$

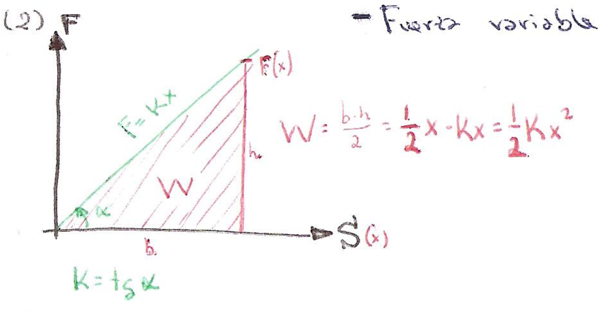
(1)



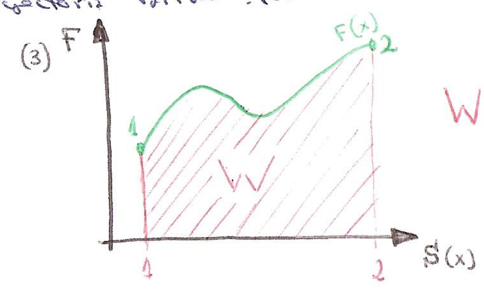
Dependiendo de la trayectoria que siga el cuerpo y de la fuerza, se pueden dar tres casos:

- Fuerza cte y trayectoria rectilínea (1)
- Fuerza varía con la distancia [F(x)] y trayectoria rectilínea (2)
- Fuerza variable y trayectoria variable. (3)

(2)



(3)

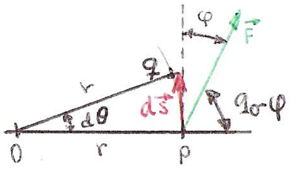


$$W = \int_1^2 \vec{F} d\vec{s}$$

7.2.2. Otras expresiones de trabajo

En algunos casos no existe una ecuación de la fuerza de forma explícita, como en rotación o en expansiones de gases. Son casos especiales que poseen sus propias definiciones de trabajo:

- Trabajo de rotación: cuando un cuerpo gira alrededor del eje (o) debido a la acción de una fuerza ($\vec{F}$) que se puede descomponer en una fuerza central y otra perpendicular al radio y que origina el movimiento, realizando un trabajo.



$$dW = F \cdot r \cdot \cos\varphi \cdot d\theta = M \cdot d\theta \qquad \text{si } F = cte;\ W = M \cdot \theta$$

$$ds = d\theta\ r$$

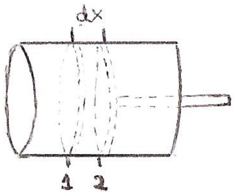
$$\boxed{W = \int_1^2 M\, d\theta}$$

$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$

$|\vec{M}| = |\vec{F}| \cdot |\vec{r}| \cdot \text{sen}(90 - \varphi)$

- Trabajo eléctrico: se realiza cuando en un campo eléctrico, una carga (q) se desplaza de un punto con un voltaje mayor/menor a otro con un potencial menor/mayor (ΔV)

$$W = q(\Delta U) \Rightarrow W = \Delta U \cdot I \cdot t \Rightarrow \boxed{W = I^2 R t}$$



- Trabajo exp.-comp: si poseemos un gas contenido en un cilindro de sección (S) y que varía de volumen (ΔV), se produce un trabajo, dado que el gas o el pistón, han ejercido una fuerza sobre el gas o sobre el pistón.

$$dW = F \cdot dx = p(S \cdot dx) = p\, dV \xRightarrow{\int^2} \boxed{W = p\, dV} \qquad dV = V_2 - V_1$$

$$p = \frac{F}{S};\ p \cdot S = F$$

El trabajo se puede llevar a cabo bajo dos condiciones:

$R = 8{,}314 \frac{J}{mol\,K}$

- Isobáricas: se mantiene la presión constante

$$\left.pV = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V}\right\}\ dW = p\,dV;\ W = \int_1^2 p\,dV = nRT \int_1^2 \frac{1}{V}\, dV = \quad (T = cte)$$

- Isotermas

$$\boxed{W = nRT \cdot (\ln V_2 - \ln V_1) = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

$$\Updownarrow \quad p_1 V_1 = p_2 V_2;\ \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\boxed{W = nRT \ln \frac{p_1}{p_2}}$$

$$\Updownarrow$$

$$W = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

7.3. POTENCIA

El trabajo es independiente del tiempo que se tarda en realizarlo. La relación entre el trabajo realizado y el tiempo empleado viene dado por la potencia:

$\boxed{P = \frac{W}{t}}$ En los casos en el que el trabajo no se realiza de forma uniforme a lo largo del tiempo, es preciso utilizar la potencia instantánea:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}\,d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v} \qquad \boxed{P = \vec{F}\cdot\vec{v}}$$

La potencia puede adquirir distintas expresiones en función del trabajo que se realice:

- potencia de rotación: $P = \frac{dW}{dt} = \frac{M\,d\theta}{dt} = M\cdot\omega$

- potencia hidráulica: considerando una zona de una tubería con una superficie o sección (S), por la que se mueve un fluido con velocidad (v), posee un caudal (q), que indica el volumen de fluido por unidad de tiempo: $q = S\cdot v \rightarrow v = \frac{q}{S}$

$$P = F\cdot v \Rightarrow p\cdot S\cdot v \Rightarrow p\cdot S\cdot\frac{q}{S} \Rightarrow \boxed{P = p\,q}$$

- potencia eléctrica:

$$P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow \Delta U\cdot I\,\frac{dt}{dt} \Rightarrow \boxed{P = I^2 R \equiv P = \Delta U\cdot I}$$

7.4. ENERGÍA

La energía es la capacidad para realizar un trabajo. Existe en múltiples variantes.

7.4.1. Energía mecánica

La energía mecánica es aquella que poseen los cuerpos materiales y que puede darse en función de su velocidad (E_c), posición (E_{pg}) o su estado de tensión (E_{pe}).

- Energía cinética: es la energía que posee un cuerpo en movimiento debido a su velocidad.

$\boxed{E_c = \frac{1}{2}mv^2}$ El teorema de las fuerzas vivas dice que el trabajo que realiza una fuerza sobre un cuerpo que se desplaza (x) espacio, es equivalente a la variación de energía cinética que sufre dicho cuerpo.

$$W = \vec{F}\cdot\vec{s} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = E_{c_2} - E_{c_1} = \Delta E_c \qquad \boxed{W = \Delta E_c}$$

En el caso de que un cuerpo posea un movimiento rotatorio en torno a un eje, con una velocidad angular constante (ω), podemos considerar la energía de los diferenciales de masa con su velocidad propia debido al radio, como componentes de la (E_c) del cuerpo:

$$\left.\begin{aligned} E_{c_T} &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n v_n^2 \\ v^2 &= (\omega \cdot r)^2 \end{aligned}\right\} E_c = \frac{1}{2} m_1 \omega^2 r_1^2 + \frac{1}{2} \dots = \omega\left(\frac{1}{2} M_1 r_1 + \frac{1}{2} \dots + \frac{1}{2} M_n r_n\right)$$

$$M = m \cdot R$$

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} \omega \sum_i M_i r_i^2}$$

El sumatorio de los momentos de fuerza de un cuerpo, se denomina <u>momento de inercia del sólido respecto al eje (I)</u>, de forma que la energía cinética de rotación es:

$$\left.\begin{aligned} I &= \sum_i M_i \\ E_c &= \frac{1}{2} \omega \sum_i M_i r_i \end{aligned}\right\} \boxed{E_c = \frac{1}{2} I \omega^2}$$

El momento de inercia es variable, dependiendo de la masa del cuerpo y de la situación del eje de giro

Si un cuerpo se encuentra en rotación y traslación, su energía total es la suma de sus energías cinéticas de rotación y traslación, según el teorema de Köning.

- <u>Energía potencial gravitaria</u>: es la energía que posee un cuerpo por encontrarse en un campo gravitatorio, en el que se toma un altura (0) de referencia, de forma que la E_{p_g} es: $\boxed{E_{p_g} = mgh}$

g solo es $9{,}8\ m/s^2$ a alturas "pequeñas". g = fuerza de atracción de la fuerza en la superficie. Por ello, $\vec{g}$ solo es $9{,}8\ m/s^2$ a alturas "pequeñas".

- <u>Energía potencial elástica</u>: es la energía potencial que posee un muelle (resorte) debido a su estado de tensión, es decir, fuera de su posición de equilibrio.

$$\boxed{E_{p_e} = \frac{1}{2} K x^2}$$

K = cte muelle
x = elongación

7.5. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Y RENDIMIENTO

La energía posee innumerables formas que se transforman unas en otras, pero que, debido a que el Universo es un sistema aislado, siempre permanece constante. Es decir, la energía total del Universo es constante.

En los sistemas reales, lo normal es "perder" energía en forma de degradación, por lo que la energía consumida, nunca es igual a la efectiva en el trabajo, su relación es el <u>rendimiento</u>

$$\boxed{\eta = \frac{W_{útil}}{W_{cons.}} = \frac{W_c - W_p}{W_c} = 1 - \frac{W_p}{W_c}} \qquad \boxed{\eta = \frac{P_{útil}}{P_{ideal}} = \frac{P_i - P_r}{P_i} = 1 - \frac{P_r}{P_i}}$$