1. COMPONENTES DE LOS CIRCUITOS

VARIABLES FUNDAMENTALES

- Las variables fundamentales de los circuitos eléctricos son la tensión u y la corriente i.

- La notación con letras minúsculas indica que son variables temporales, mientras que usaremos letras mayúsculas para valores operacionales o promedios.

- TENSIÓN u : la tensión, llamada variable de salto, hace referencia a la energía potencial de los portadores de carga y se mide en voltios (V) Símil con la energía potencial en un salto de agua

- CORRIENTE i : la intensidad de corriente, llamada variable de paso, hace referencia al flujo de portadores de carga, electrones, que atraviesan una sección por unidad de tiempo. Por convención, el sentido real de los electrones es el opuesto al de la corriente (sentido convencional) y se mide en amperios.

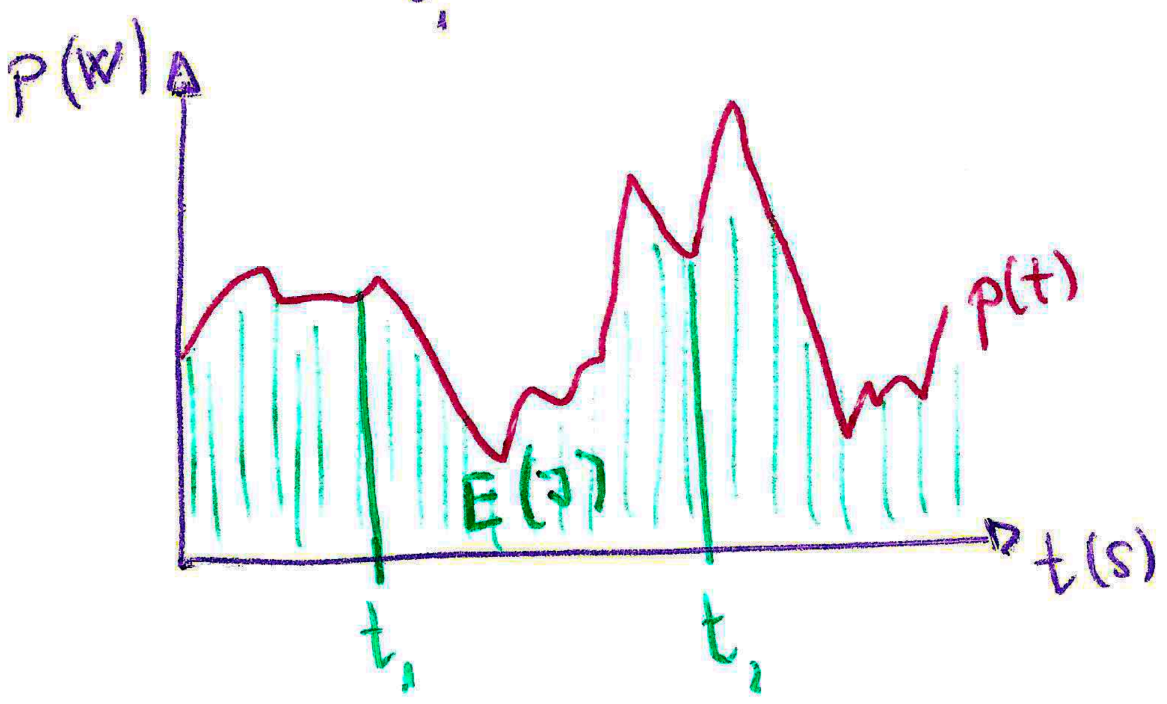
$$1A = \frac{1C}{1s}$$

- **POTENCIA p**: la potencia es una medida del trabajo o de la energía que consume un circuito por cada unidad de tiempo. Se mide en vatios (W) y se define como el producto de corriente por tensión:

$$\boxed{p = p(t) = u \cdot i = [W]}$$

- **ENERGÍA E**: la energía, como medida del uso de potencia en un intervalo de tiempo, equivale a la integral de la potencia durante el intervalo de tiempo a estudiar.

$$E = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\, dt$$



- La energía posee múltiples unidades de medida, siendo una de las más comunes el Kilowatio hora:

$$1\ KW \cdot h \ \frac{1000\ W}{1\ KW} \ \frac{3600\ s}{1h} = 3{,}6\ MJ$$

- Utilizando la definición de la energía para un intervalo de tiempo, podemos expresar la potencia promedio de dicho intervalo:

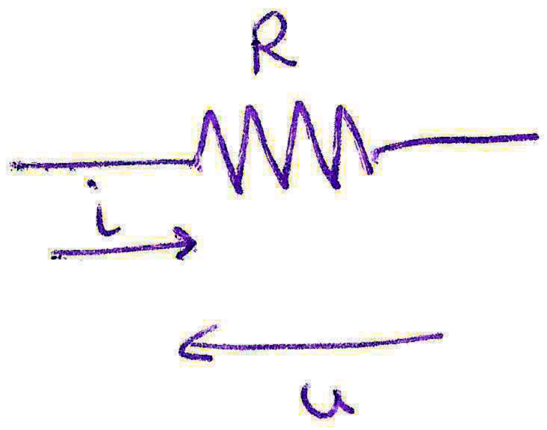
$$P = \frac{E}{\Delta t} \longrightarrow P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t)\, dt$$

- Tras recordar las variables, realizaremos un repaso de los elementos básicos y sus propiedades características:

* <u>RESISTENCIAS</u>: las resistencias eléctricas, representadas por el símbolo , se caracterizan por su resistencia.

- La resistencia eléctrica es la propiedad de ejercer una cierta oposición al paso de corriente eléctrica, de manera que cuando una corriente de electrones pasa a través de un dispositivo con resistencia no nula, se produce una caída de tensión. Esto queda patente en la ley de Ohm:

$$\boxed{u = i \cdot R}$$



- Esta caída de tensión tiene su origen en los choques que se producen entre los electrones de la corriente y los átomos que conforman el dispositivo que atraviesa, la red atómica si éste es un conductor.

- Para caracterizar la oposición que ejerce cada material, utilizamos su resistividad (ρ) que nos da una medida de la resistencia del material por longitud del mismo.

- Se mide en $\Omega \cdot m$

y en conductores, se puede obtener la resistencia:

$$\boxed{R = \rho \frac{l}{S}}$$

¡ojo! solo si S es constante en l

- La resistividad es un parámetro de los materiales que varía enormemente según las condiciones ambientales, en concreto, con la temperatura.

- Para comprender cómo reacciona cada material con los cambios de temperatura, debemos introducir el concepto de conductividad, como inversa de la resistividad; dando la conductancia G, inversa de la resistencia y medida en siemens

$$\boxed{\begin{array}{l} G(S) = \dfrac{1}{R} \\ \text{Cond} = \dfrac{1}{\rho} \end{array}}$$

- Así mismo, es preciso descender al nivel atómico para introducir la clasificación de los materiales entre:

- conductores
- semiconductores
- aislantes

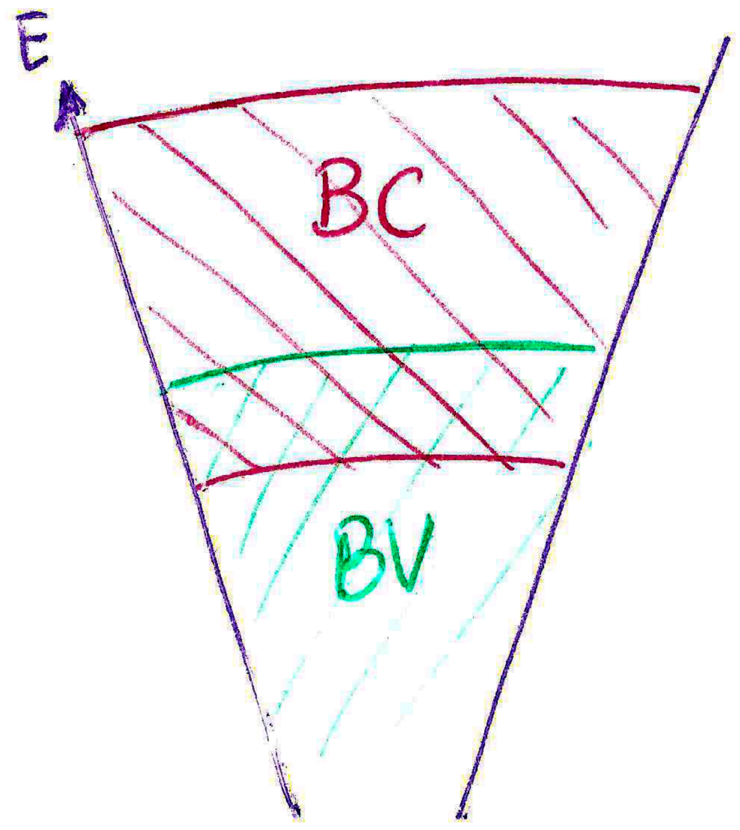
- Todos los átomos poseen distintas distribuciones electrónicas que según sus rangos de energía se dividen en banda de valencia y banda de conducción.

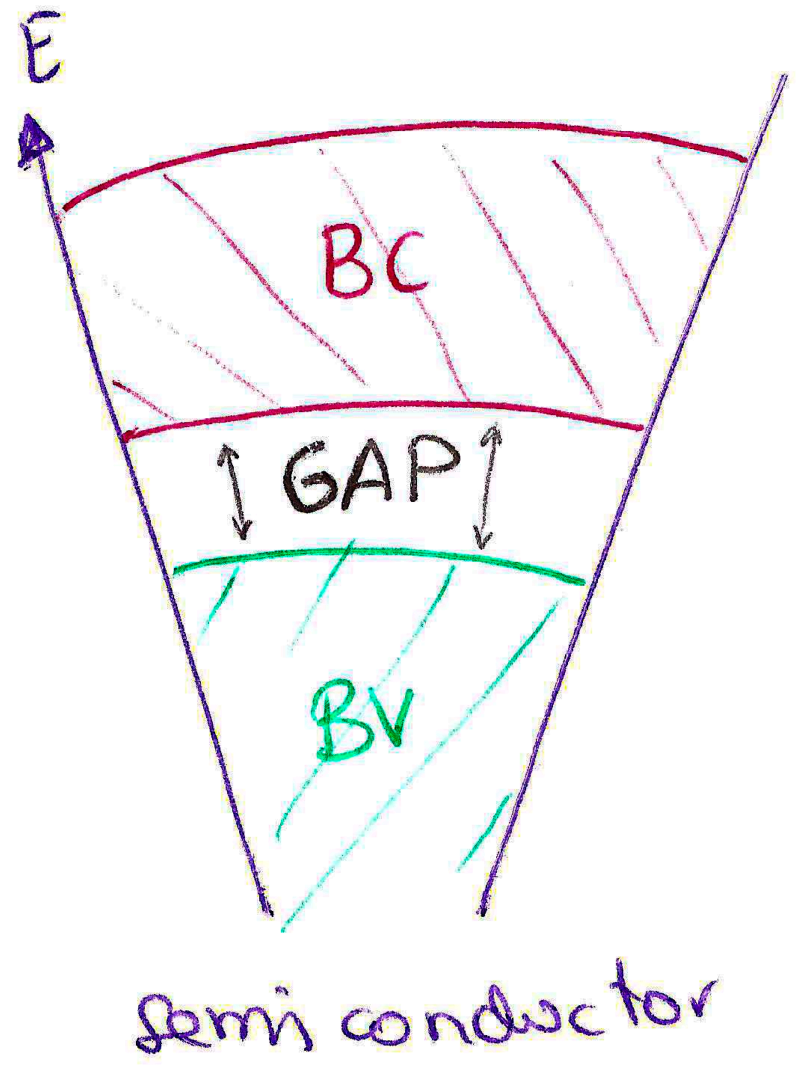
- La banda de valencia, más cercana al núcleo, posee niveles bajos de energía con lo que los e^- se encuentran fuertemente ligados. No es así en la banda de conducción, donde los electrones poseen niveles mucho más altos de energía y apenas se encuentran atados al núcleo.

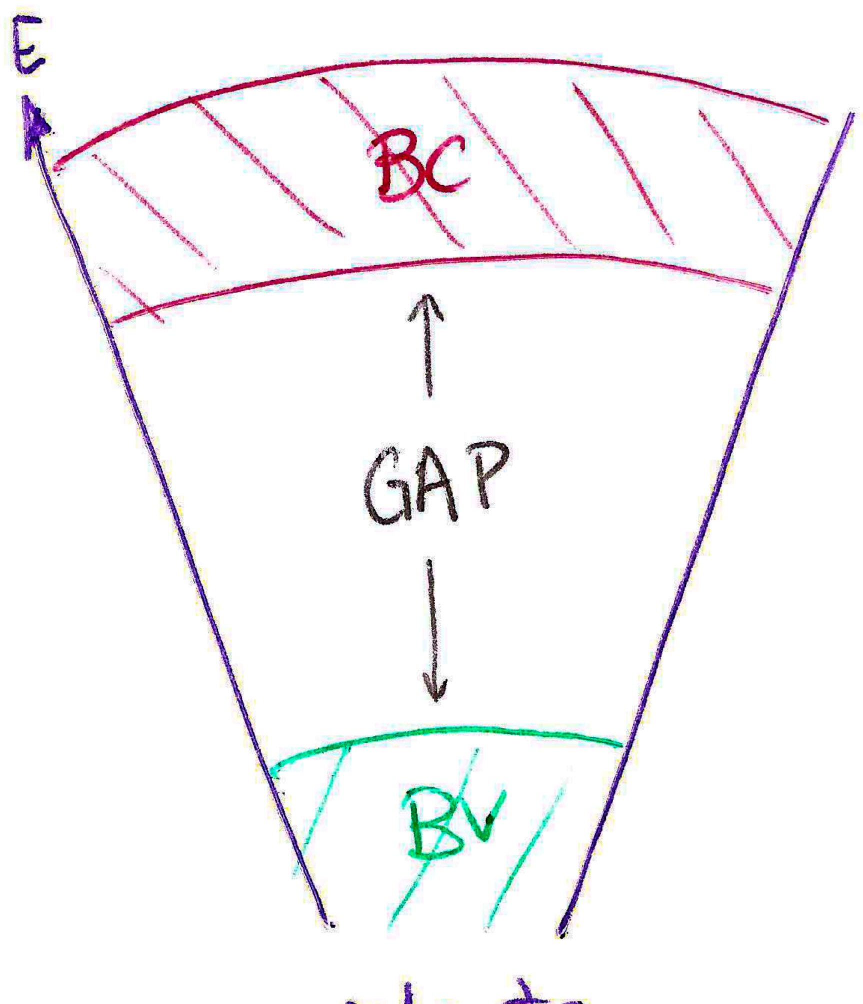
- La diferencia fundamental entre unos materiales y otros radica en la colocación de sus bandas:

- Conductores: las bandas se solapan de manera que $\exists$ e^- en la BC desde un principio, siendo sencilla la promoción de los de la BV.

- Semiconductores y aislantes: no poseen e^- en la BC y existe un hueco energético (GAP) que dificulta la promoción de los e^- en la BV a la BC. El tamaño del GAP diferencia a semiconductores de aislantes







- Esta diferencia proviene de múltiples factores, entre los cuales se encuentran: los tipos de enlaces no metálicos, la falta de cristalinidad, ...

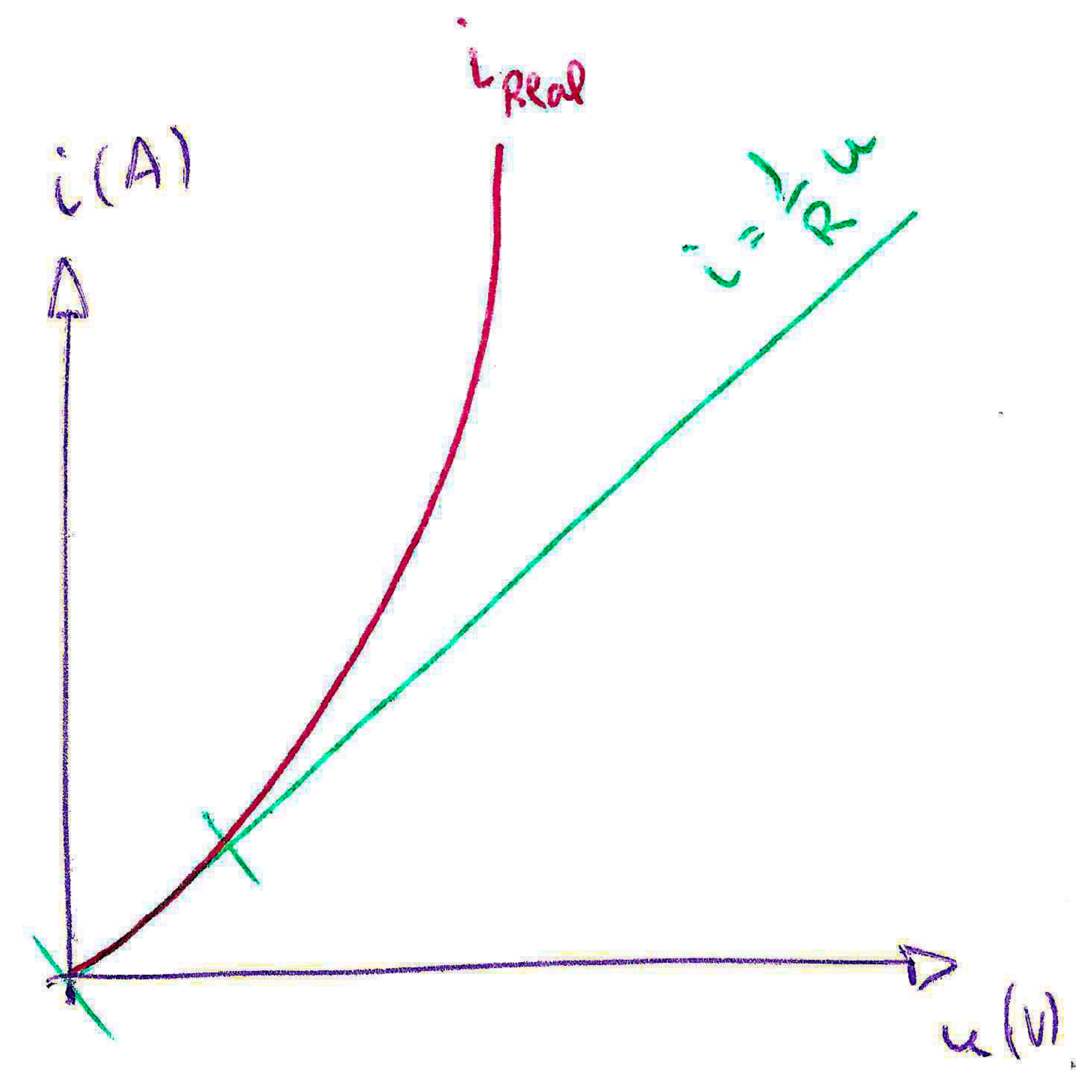
- Con todo ello presente ahora podemos comprender facilmente que un conductor posea una resistividad positiva ante el aumento de temperatura de manera que $R = R_0 (1 + K\theta)$, mientras que semiconductores y aislantes tengan resistividades que descienden con el aumento de la temperatura.

- En conductores, más temperatura se traduce en un mayor movimiento de la red atómica y por tanto, mayor número de colisiones. Este proceso se autoalimenta ya que: a más choques más calor y a más calor, más vibración y más choques, por lo que resulta muy peligroso.

- En semiconductores y aislantes, más temperatura dota de más energía a los e^- hasta que algunos de ellos promocionan a la BC y pasan a ser conductores. OJO!! Este fenómeno puede ser violento (ionización) y supone la ruptura dieléctrica del material (en aislantes) destruyendo sus enlaces.

- A la hora de seleccionar materiales para el diseño de dispositivos, gana terreno el aspecto económico y se impone el cobre como solución de compromiso entre la plata (mejor conductor, muy caro) y el aluminio (peor conductor, más barato).

- Cabe apuntar la existencia e investigación en materiales superconductores que no utilizan mecanismos de conducción convencionales (electrones) y precisan de condiciones muy especiales. De momento son muy caros, aunque se producen progresos con rapidez.

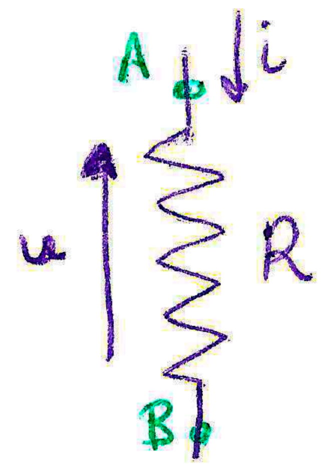


- Si representamos gráficamente la ley de Ohm, como resultado de unas medidas reales obtendremos algo distinto, precisamente por la dependencia de R de la temperatura y la temperatura de la corriente.

- De aquí en adelante asumiremos como hipótesis de trabajo que nos movemos en un intervalo donde podemos tomar la resistencia como constante, trabajando con relaciones lineales.

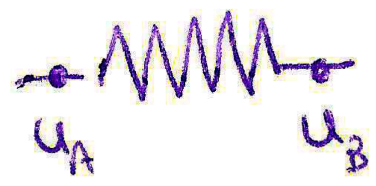
- R puede variar de cero (corto cto) a infinito (cto. abierto).

la flecha indica el mayor potencial $u_A > u_B$



- La corriente que circula por una resistencia es inversamente proporcional a su resistencia por la ddp aplicada en sus extremos.

$$i = \frac{1}{R} u = G u$$



$$u_A > u_B \longrightarrow u_A - u_B = R \cdot i$$

$$i = \frac{1}{R}(u_A - u_B)$$

- Para cuantificar la ddp que se produce entre los bornes de una resistencia cuando es atravesada por una corriente i, simplemente medimos la diferencia entre los potenciales de cada extremo. Pero si queremos medir el potencial de un extremo, deberemos tomar el potencial de otro punto como referencia. Símil con la energía potencial gravitatoria.

- La potencia disipada por una resistencia responde a la expresión:

$$\boxed{p = u \cdot i \overset{ohm}{=} \frac{u^2}{R} = i^2 \cdot R}$$

Ley de Joule

- El resultado alcanzado clasifica a las resistencias como un elemento disipativo de energía, al degradar la energía eléctrica en calor irradiado al ambiente.

$$P = I^2 \cdot R$$

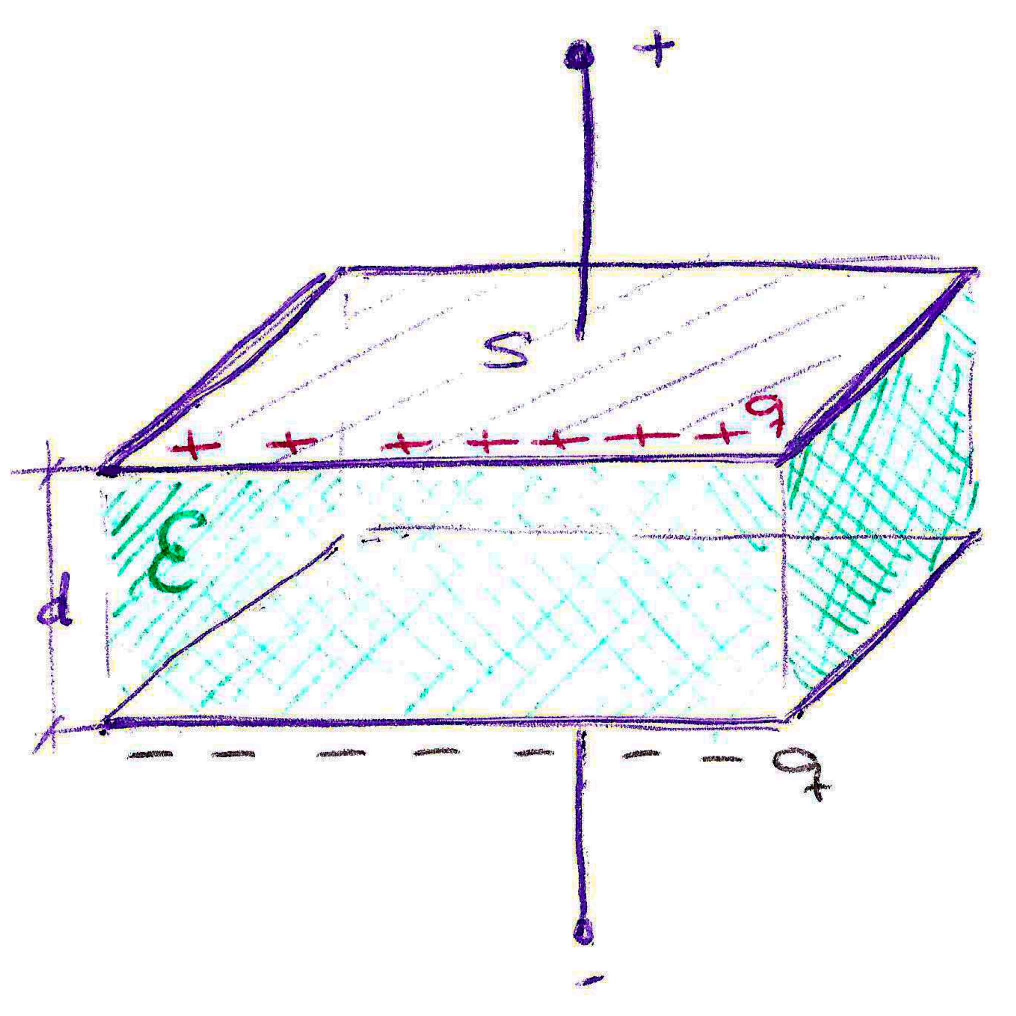
*** CAPACIDAD Y CONDENSADOR:** se entiende por capacidad la facultad de un dispositivo de "almacenar" energía eléctrica al acumular una cierta carga que genera una ddp entre dos puntos. De esta manera el dispositivo es capaz de generar un campo eléctrico entre dos puntos.

- Para cuantificar la capacidad recurrimos de nuevo a una relación lineal entre la carga y la tensión:

$$\boxed{C = \frac{q}{u} = [F]}$$

$$q = C \cdot u$$

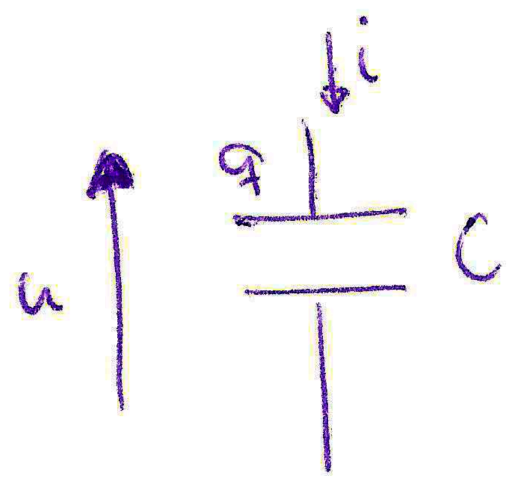
- Los condensadores son dispositivos eléctricos diseñados para almacenar carga en dos elementos conductores, las armaduras, separadas por un elemento aislante, dieléctrico, a través del cuál se verifica un campo eléctrico gracias a la ddp entre las armaduras. Su símbolo es $\dashv\vdash$



Condensador plano

- La capacidad de un condensador varía en función de:
  - geometría
  - distancia entre armaduras
  - superficie de las armaduras
  - permitividad del dieléctrico

¡Pero no de la ddp entre sus bornes!

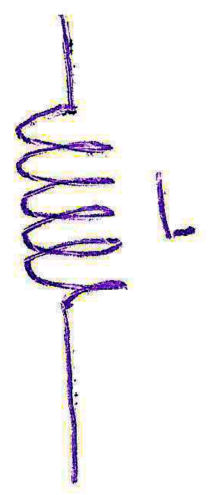


- La corriente que atraviesa un condensador es proporcional a la variación de la ddp entre sus bornes con el tiempo. De esta manera, si queremos conocer la ddp, debemos tener en cuenta la corriente que ha atravesado el condensador desde su fabricación o, más lógico, imponer unas condiciones iniciales del cto.

$$\boxed{i = C\frac{du}{dt}}$$

$$u(t) = \frac{1}{C}\int_{\infty}^{t} i(t)\,dt \xrightarrow[\substack{c.i.\\ \text{en } t=0}]{\text{con}} u(t) = u(0) + \int_{0}^{t} i(t)\,dt$$

* BOBINAS E INDUCTANCIA: las bobinas, también llamadas inductancias o autoinductancias, son dispositivos eléctricos cuya propiedad fundamental es la inductancia caracterizada por su coeficiente de autoinducción (L).

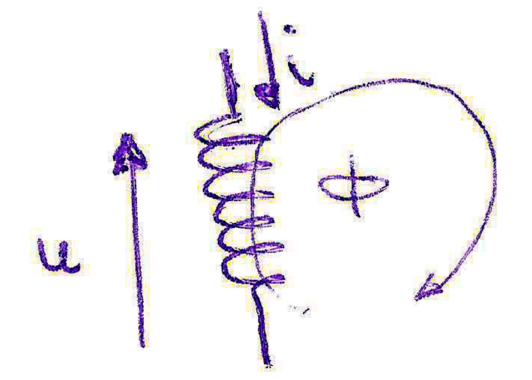


- La inductancia nos da una medida del campo magnético que es capaz de generar la bobina, y con ello, de la energía que puede almacenar en dicho campo magnético. Se mide en Henrios (H).

- El valor de la inductancia depende directamente de:

• Número de espiras de la bobina
• Geometría
• Material interior de la bobina

- Cuando hacemos circular corriente a través de la bobina, el campo magnético que se induce origina un flujo sobre cada espira (Φ), de modo que tomando el flujo total ($N\Phi$) podemos deducir la caída de tensión en los bornes de la bobina:



$$\left.\begin{array}{l} u = N \dfrac{d\Phi}{dt} \\ L \cdot i = N \cdot \Phi \rightarrow \Phi = \dfrac{L \cdot i}{N} \end{array}\right\} \quad \boxed{u = L \dfrac{di}{dt}}$$

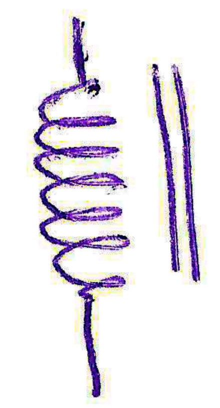
- Se deduce del resultado que ante corrientes estacionarias $i \neq i(t)$, la caída de tensión se hace nula.

- Para el caso opuesto, donde conozcamos la ddp entre los extremos y queramos conocer la intensidad que atraviesa la bobina, debemos recurrir a unas condiciones iniciales:

$$u = L \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u(t)\,dt \xrightarrow{\text{con c.i.}} i = i(0) + \frac{1}{L}\int_{0}^{t} u(t)\,dt$$

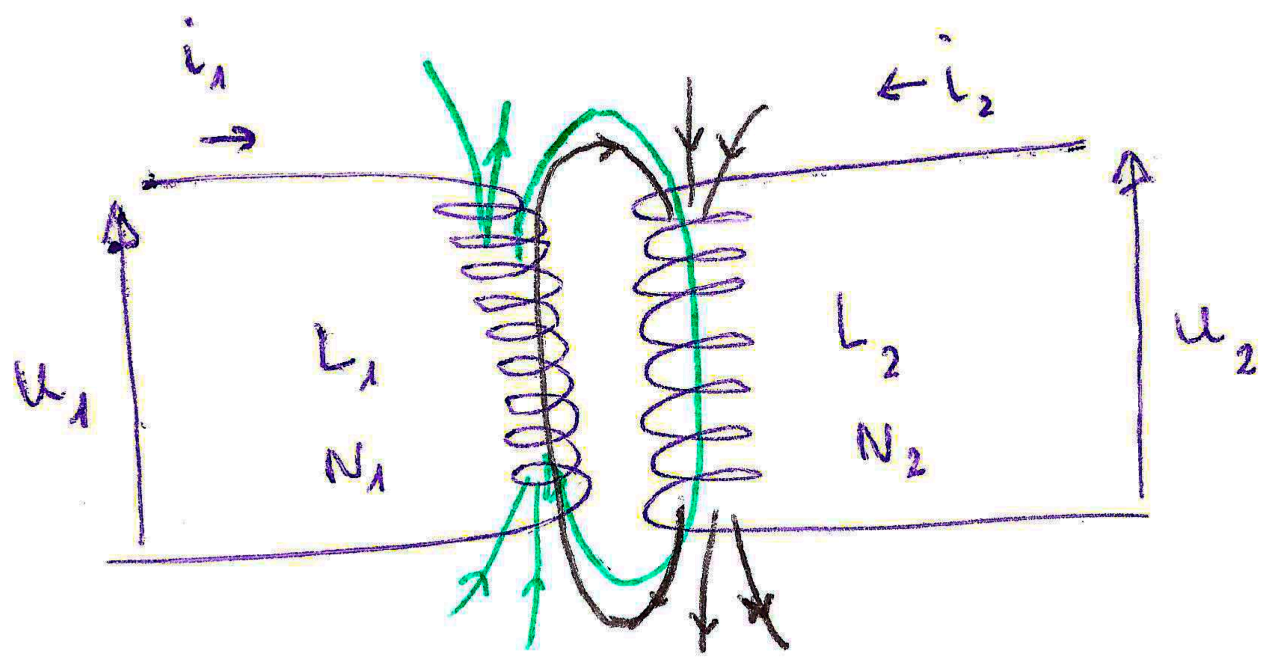
- Es interesante observar que para una ddp constante, la intensidad es una recta de pendiente positiva: $i = i(0) + \frac{u}{L} \cdot t$

- Podemos variar los valores de la autoinductancia (L) introduciendo materiales ferromagnéticos en el interior de las bobinas, creando bobinas de núcleo magnético, con una autoinducción mucho mayor que sin núcleo alguno.



b. de N. Mg.

* **BOBINAS ACOPLADAS**: cuando hacemos atravesar una corriente a la bobina, la caída de tensión que se produce depende del flujo que la atraviese. Si en las proximidades se encuentra otra bobina, recorrida por otra corriente, generando otro campo magnético; una bobina afecta a la otra y viceversa, se dice que están acopladas.



El campo generado por cada una de las bobinas se concatena con la otra, de manera que influyen mutuamente en sus flujos, modificando sus respectivas ddp. Esta influencia queda descrita:

$$u_1 = N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} = L_{11}\frac{di_1}{dt} \pm L_{12}\frac{di_2}{dt}$$

$$\Rightarrow u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = L_{22}\frac{di_2}{dt} \pm L_{21}\frac{di_1}{dt}$$

$$\Rightarrow u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

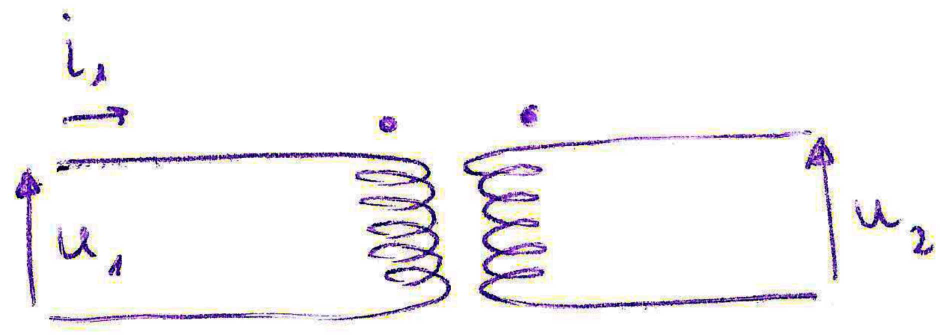
Coeficientes de autoinducción propios:

$L_{11} = L_1$; $L_{22} = L_2$

<u>Coeficiente de autoinducción mutua:</u>

$$\boxed{L_{12} = L_{21} = M}$$

- El coeficiente de autoinducción mutua expresa como una bobina afecta a la otra. El sentido de esta influencia depende del sentido que tengan los campos magnéticos que vendrá dado por la posición relativa de una bobina respecto a la otra, el arrollamiento de cada una de ellas y el sentido de la corriente que las recorre.



Para determinar el sentido de la influencia nos fijamos en el sentido de cada ddp, de modo que si van en el mismo sentido, la influencia es positiva.

Como los sentidos de las ddp son el mismo podemos identificar los puntos homólogos.

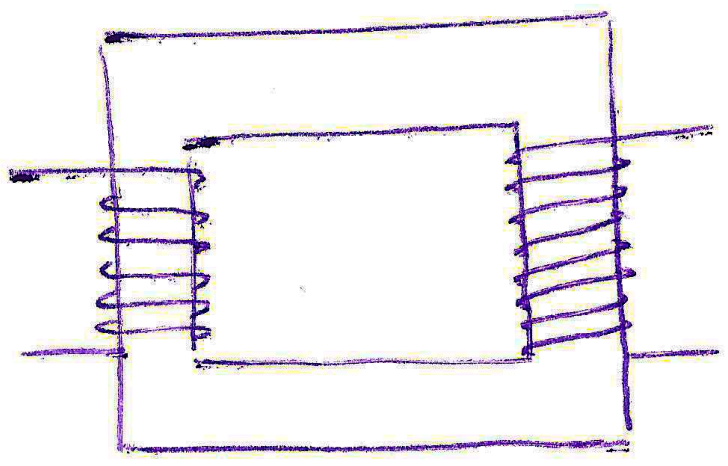
- Para determinar el signo de la influencia en función de las corrientes se utilizan dos puntos, uno para cada bobina, que señalan puntos homólogos. De esta forma cuando el sentido de la corriente respecto de cada punto sea el mismo (las dos corrientes entran o salen por el punto) la influencia será positiva.

- Eso sí, los puntos homólogos solo son válidos mientras no varíe la posición relativa o el arrollamiento de las bobinas.

- Para cuantificar la efectividad de la influencia mutua se utiliza el coeficiente de acoplamiento K cuyos valores van del cero al uno, siendo el uno el acoplamiento perfecto.

$$\boxed{K = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \leq 1}$$

- Si queremos mejorar el coeficiente de acoplamiento debemos disminuir el flujo disperso, lo que podemos conseguir mediante un núcleo ferromagnético que canalice las líneas del campo magnético.



- Cuando utilizamos dispositivos reales no podemos obtener las propiedades ideales (R, L, C) por separado ya que hasta los conductores presentan una cierta resistencia al paso de corriente.

- De hecho, este principio se emplea en la construcción de resistencias mediante bobinas de un número ingente de espiras, que aparte de resistencia, también presentan una autoinductancia y una capacidad parásita.

- No obstante, para simplificar el modelo, utilizaremos elementos ideales que, cuando no sea posible despreciar sus propiedades indeseadas, irán acompañados de una resistencia, condensador o inductancia que las represente.

- Los elementos R, L, C se denominan: dipolos pasivos, por tener dos bornes entre los que se produce una ddp; mientras que a las bobinas acopladas se las incluye en cuatripolos.

* ANALISIS ENERGÉTICO:

• Resistencias: es un elemento totalmente disipativo que degrada la energía eléctrica a calor:

$$u = R \cdot i \implies p = u \cdot i = R \cdot i^2 = \frac{u^2}{R}$$

• Condensadores: son elementos que no consumen energía, sino que la almacenan en un campo eléctrico, de manera proporcional al cuadrado de la ddp entre sus armaduras:

$$\left.\begin{array}{l} i = C\,\dfrac{du}{dt} \\ p = u \cdot i = u \cdot C \cdot \dfrac{du}{dt} \end{array}\right\} E = \int p\,dt = C \int u \frac{du}{dt}\,dt = \boxed{\frac{1}{2} C u^2 = E_c}$$

- Inductancias: son elementos que no consumen, almacenan energía en forma de campo magnético, de manera proporcional al cuadrado de la intensidad:

$$\left.\begin{array}{l} u = L \cdot \dfrac{di}{dt} \\ p = u \cdot i = L \cdot i \dfrac{di}{dt} \end{array}\right\} E = \int p\,dt = \int L \cdot i \frac{di}{dt} = \boxed{\frac{1}{2} L i^2 = E}$$

- Energía en bobinas acopladas:

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = L_1 (i_1)_t + M (i_2)_t \\ u_2 = L_2 (i_2)_t + M (i_1)_t \end{array}\right\} p = u_1 i_1 + u_2 i_2 =$$

$$= L_1 (i_1)_t i_1 + M (i_2)_t i_1 + L_2 (i_2)_t i_2 + M (i_1)_t i_2$$

$$\boxed{E = \int p\,dt = \frac{1}{2}\left(L_1 i_1^2 + L_2 i_2^2\right) + M i_1 \cdot i_2}$$

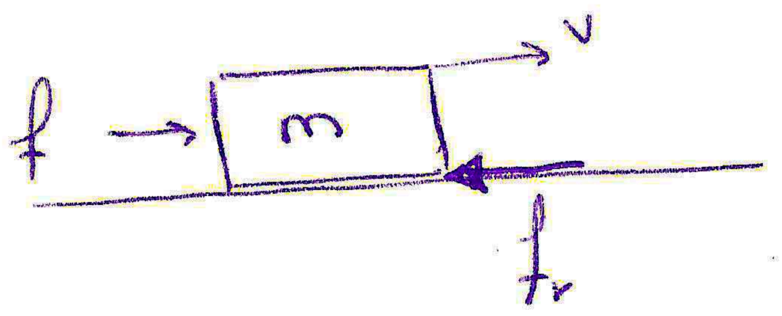
SIMIL MECÁNICO

- Una máquina eléctrica es un dispositivo que transforma energía eléctrica en energía mecánica. Es usual utilizar modelos mecánicos, eléctricos o térmicos para representar procesos similares.

- Para alcanzar el símil eléctrico – mecánico utilizaremos como variable la fuerza f, velocidad v y posición x; con gran importancia de los sistemas de referencia.

- Con el fin de establecer la semejanza con los dispositivos R, L, C utilizaremos masas y muelles.

1. MASA CON ROZAMIENTO (A)

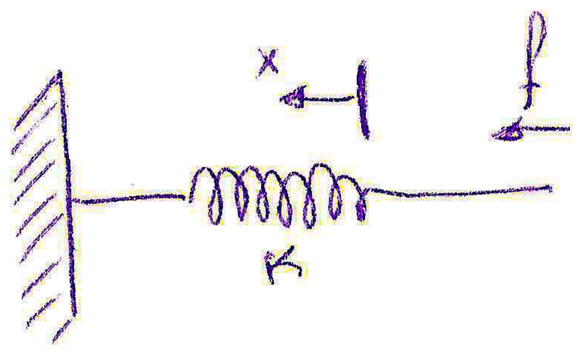


- Fuerza de rozamiento: disipa la energía cinética de la masa:

$$f_r = B \cdot v \Longrightarrow v = \frac{1}{B} f$$

coef. de rozamiento

2. MUELLE (L)



- Almacena energía en forma de energía potencial elástica:

$$x = K \cdot f \rightarrow v = K \frac{df}{dt}$$

cte. elástica del muelle.

- Tomando a una masa que se mueve sin rozamiento, como símil de un condensador, ya que almacena energía en forma de energía cinética, establecemos las siguientes semejanzas:

	CONDENSADOR	RESISTENCIA	INDUCTANCIA
MEC	$f = m \frac{du}{dt}$	$v = \frac{1}{B} \cdot f$	$v = K \frac{df}{dt}$
ELE	$i = C \frac{du}{dt}$	$u = R \cdot i$	$u = L \frac{di}{dt}$

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

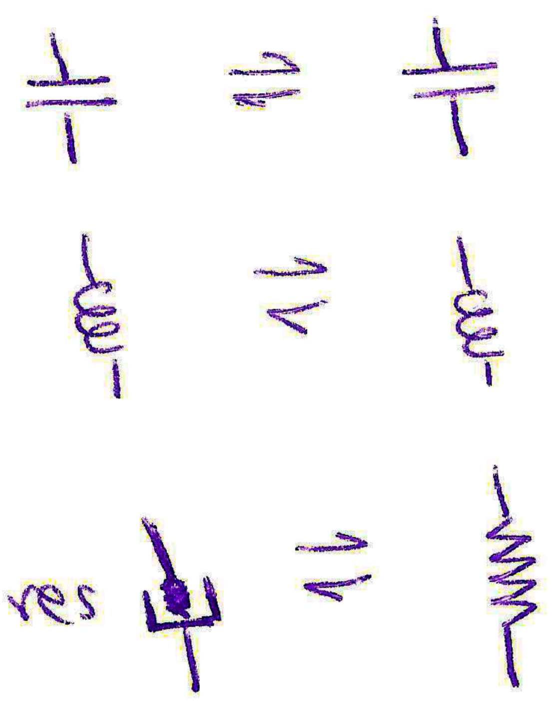
$$E_p = \frac{1}{2} K f^2$$

- Podemos de esta manera traducir un circuito eléctrico a uno mecánico, y viceversa, tomando:

masas (m) ⇄ condensadores (C)

muelles (K) ⇄ inductancias (L)

amortiguadores (B) ⇄ resistencias (R)



- También es posible establecer la semejanza con sistemas mecánicos que describen giros en lugar de movimientos lineales sustituyendo:

f fuerza → momento γ

v velo. lineal → velo. angula ω

x posición → ángulo θ

- Teniendo en cuenta que las geometrías de los elementos son distintas podemos alcanzar las ecuaciones:

$$f = m \cdot \frac{dv}{dt} \rightarrow \gamma = J \cdot \alpha = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

$$x = K \cdot f \rightarrow \theta = K \cdot \gamma$$

$$f_r = B \cdot v \rightarrow \gamma_r = B \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{1}{B}\gamma$$

$$\gamma = J \frac{d\omega}{dt}$$

$$\omega = K \frac{d\gamma}{dt}$$

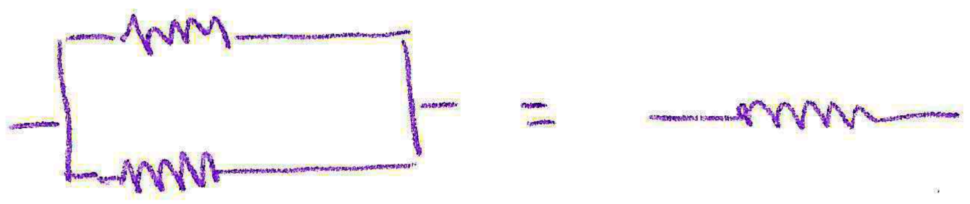
$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$

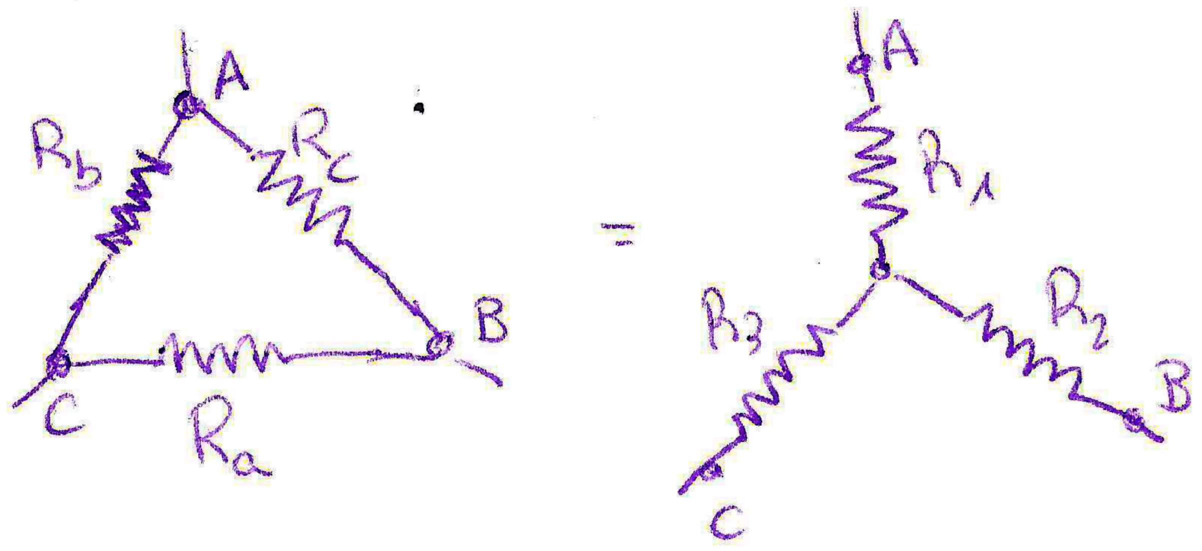
$$E_p = \frac{1}{2} K \gamma^2$$

* AGRUPACIÓN DE ELEMENTOS

- Resistencias

serie:  $R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$

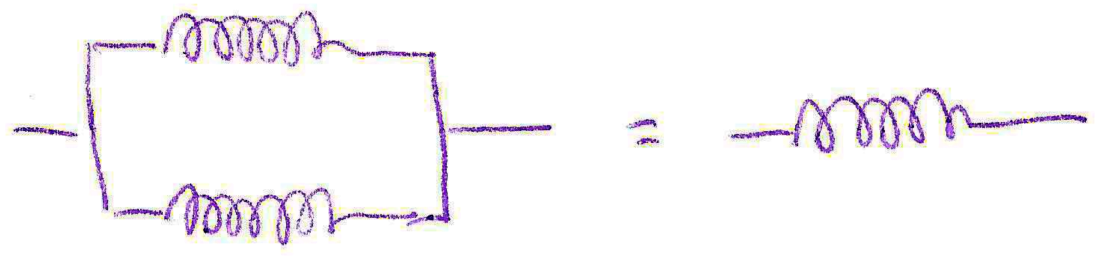
paralelo:  $R_{eq} = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}$

estrella: 

$$R_1 = \frac{R_b \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

- Inductancias

serie:  $L_{eq} = \sum_{i=1}^{n} L_i$

paralelo:  $L_{eq} = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{L_i}}$

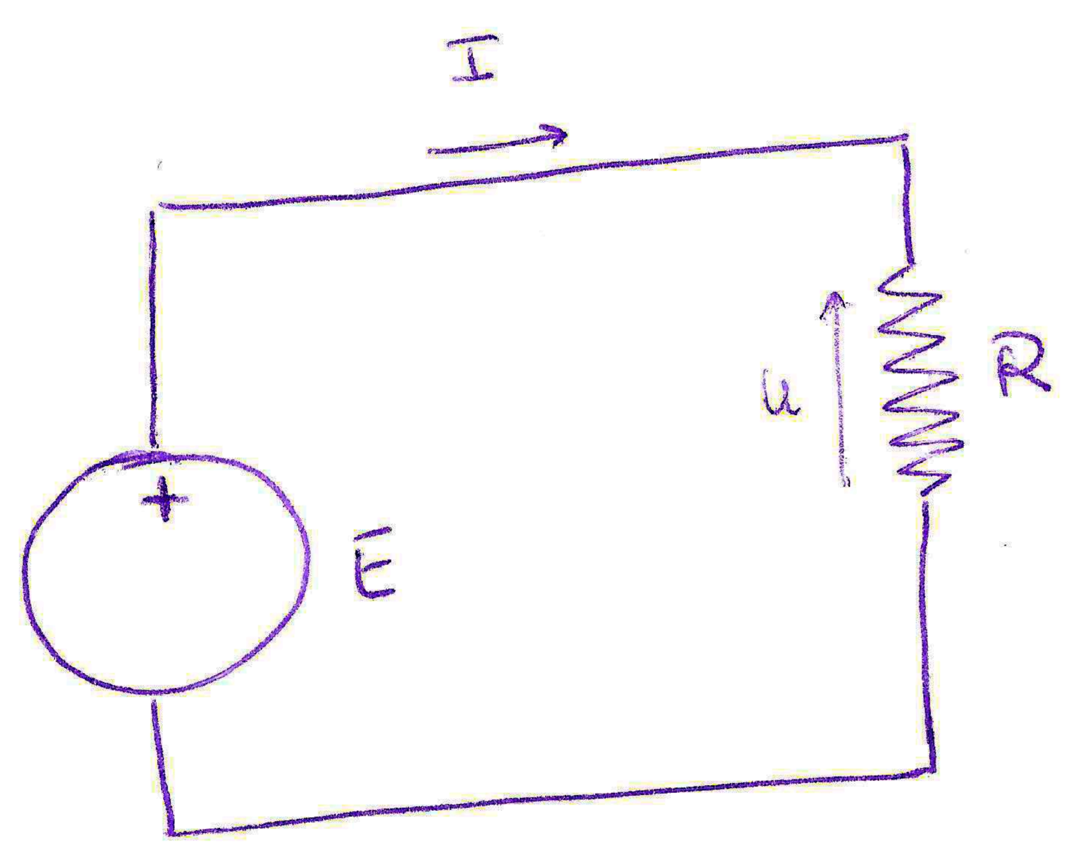
FUENTES DE TENSIÓN Y DE CORRIENTE

- Las fuentes de tensión, también llamadas fuerzas electromotrices, que simbolizamos con $e(t)$; nos proporcionan una tensión "e" con un valor determinado en cada instante, de forma independiente de la corriente que las atraviese. Ej.: pila.

- Las fuentes de corriente, denotadas por $i(t)$, son dispositivos que nos proporcionan una cierta corriente en cada momento, independientemente de la ddp en sus bornes. Ej: célula fotovoltáica.

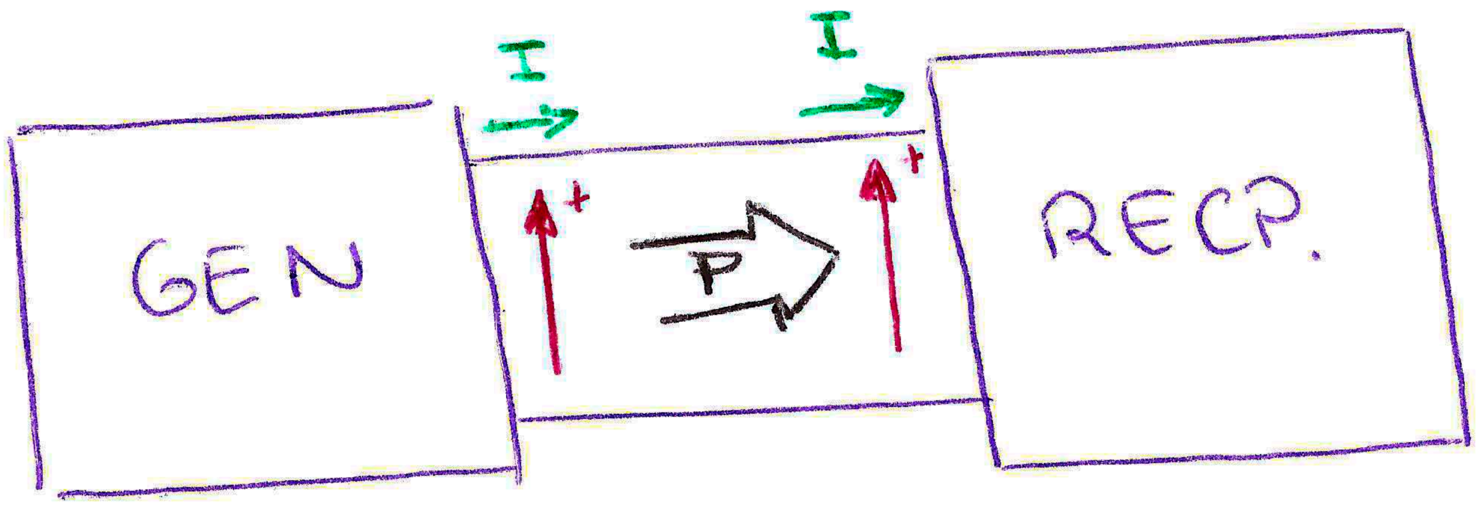
- Cuando utilicemos valores operacionales (ctes) emplearemos letras mayúsculas como E, I.

- Con esta simbología el cto. básico para un generador de tensión, cuando está cerrado, se puede decir que circula una corriente I tal que según la ley de Ohm: $I = \frac{E}{R}$; siendo la caída de tensión en la resistencia $u = I \cdot R$. Luego se cumple que: $u = E$



* CONVENIO GENERADOR - RECEPTOR

- Para aclarar y evitar posibles confusiones se define como generador aquel dispositivo que proporciona potencia a un circuito y receptor aquel que la consume.



La flecha indica el borne con mayor potencial

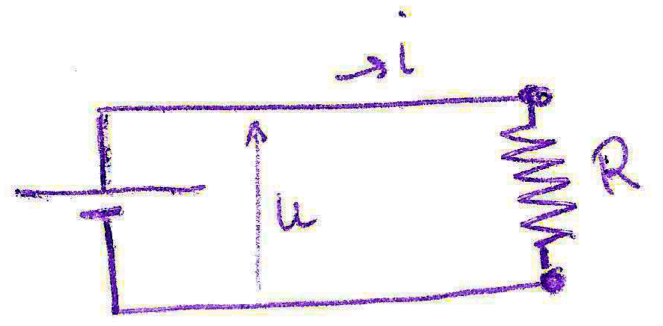
- Para aplicar estas definiciones se utiliza el convenio:

* Generador: I sale por el mayor potencial.

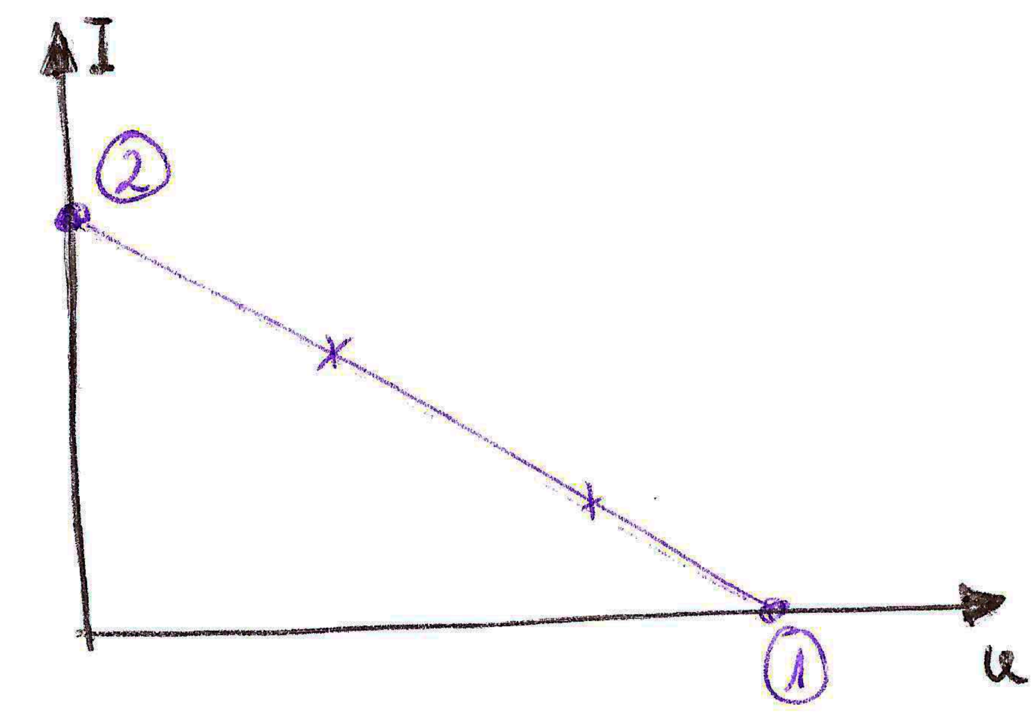
* Receptor : I entra por el mayor potencial.

- Algunos elementos como las resistencias solo pueden actuar como receptores, mientras que otros, como baterías recargables, pueden encontrarse en cualquiera de las dos opciones.

* FUENTES DE TENSIÓN. MODELO THÉVENIN



- Para estudiar las fuentes de tensión tomamos una batería real cualquiera y construimos un circuito elemental con una resistencia R. Conforme variemos los valores de dicha resistencia podemos elaborar una gráfica que muestre la relación entre la corriente y la ddp.



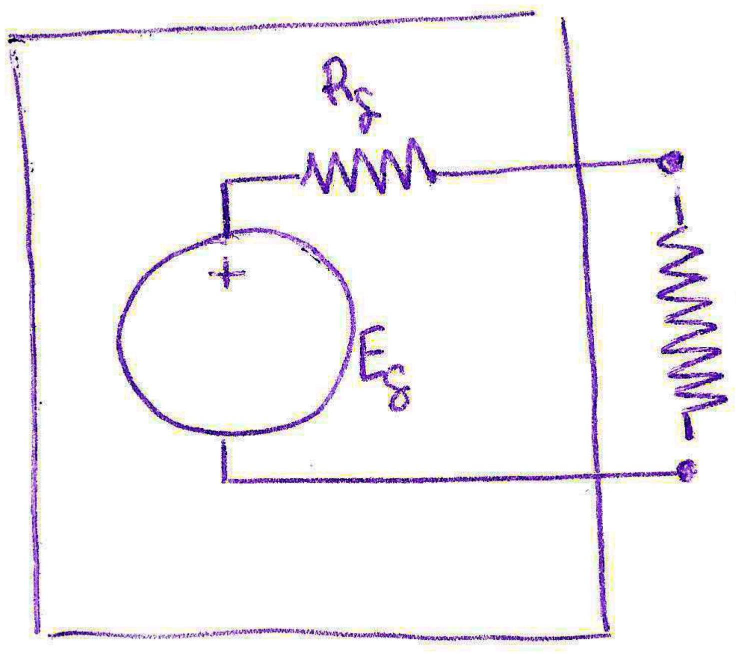
1 $R = \infty \xrightarrow{\text{cto open}} I = 0$

2 $R = 0 \xrightarrow{\text{corto cto}} u = 0$

AS.

- El resultado obtenido es una recta, lo cual demuestra que no podemos tomar a las pilas reales como fuentes electromotrices, ya que la tensión que proporcionan no es constante e independiente de la corriente que las atraviesa.

- Para modelizar este comportamiento recurrimos al modelo fuente de tensión real que se basa en asumir una cierta resistencia interna de la pila.



MODELO THÉVENIN

- El modelo de generador real de Thévenin utiliza una fuerza electromotriz equivalente con una resistencia interna equivalente en serie. Podemos comprobar que se adapta al comportamiento experimental:

$$I = \frac{E_g}{R + R_g} \rightarrow U = I \cdot R = \frac{R}{R + R_g} E_g$$

$R = \infty \rightarrow I = 0 \rightarrow U = E_g$

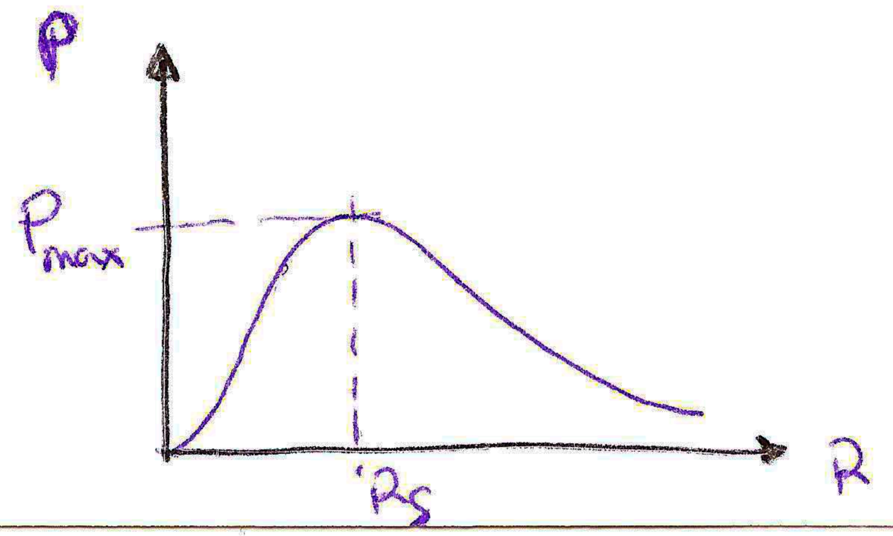
$R = 0 \rightarrow U = 0$

- El estudio de la potencia disipada en la resistencia queda:

$$P = U \cdot I = \frac{R}{R + R_g} E_g \cdot \frac{1}{R + R_g} E_g = \frac{R}{(R + R_g)^2} E_g^2 = R \cdot I^2$$

- Estudiando su gráfica podemos determinar la potencia máxima posible alcanzando el th. de máxima transformación de potencia, donde la mitad de la potencia la consume el generador (R_g) y la mitad R.

$R = 0 \rightarrow P = 0$
$R = \infty \rightarrow P = 0$



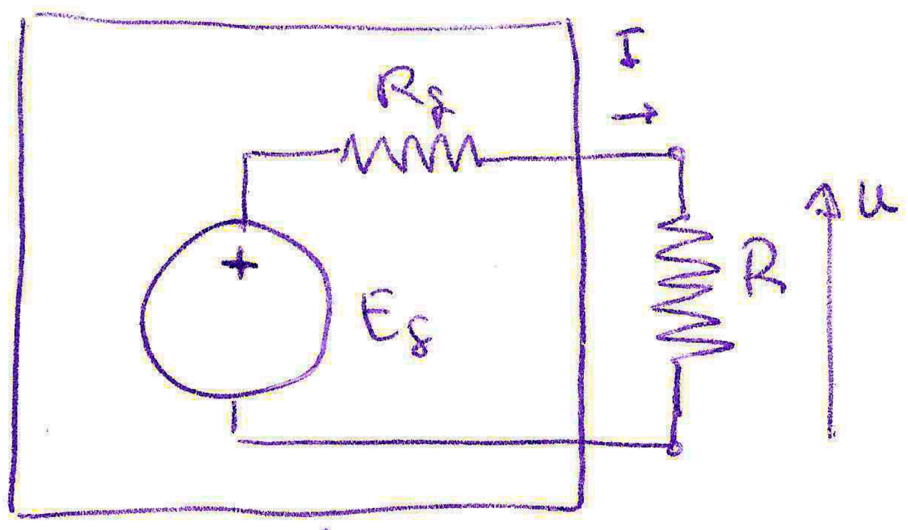
$$\frac{dP}{dR} = (R + R_g) - 2R = 0$$

$$\boxed{R = R_g}$$

POTENCIA MÁXIMA

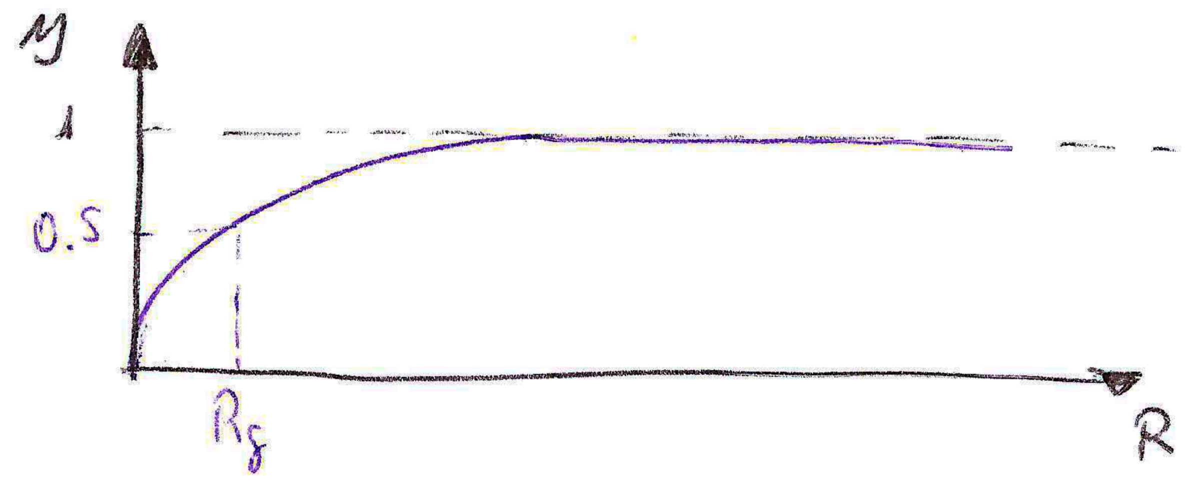
$$\boxed{P = \frac{E_g^2}{4R_g}}$$

- A partir del estudio de la potencia podemos analizar el <u>rendimiento</u> como el cociente entre la potencia útil y la consumida, en el circuito anterior:



$$\boxed{\eta = \frac{P_{útil}}{P_{consumida}} = \frac{P_{útil}}{P_{útil} + P_{pérdidas}}}$$

$$\eta = \frac{U \cdot I}{E_g \cdot I} = \frac{\frac{R}{R+R_g} \cdot E_g}{E_g} = \frac{R}{R+R_g}$$



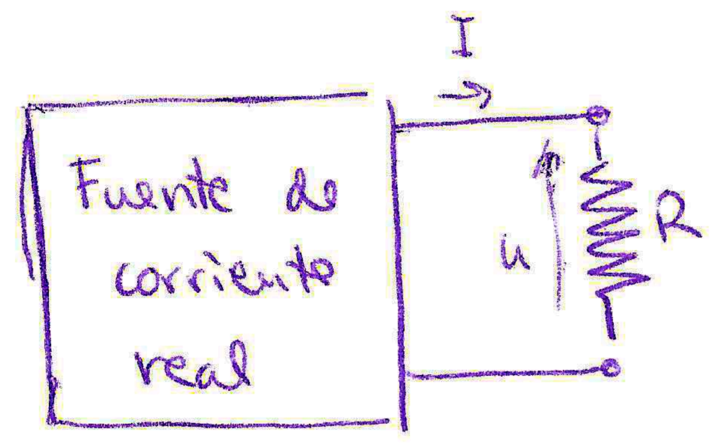
- El rendimiento a la máxima potencia es de:

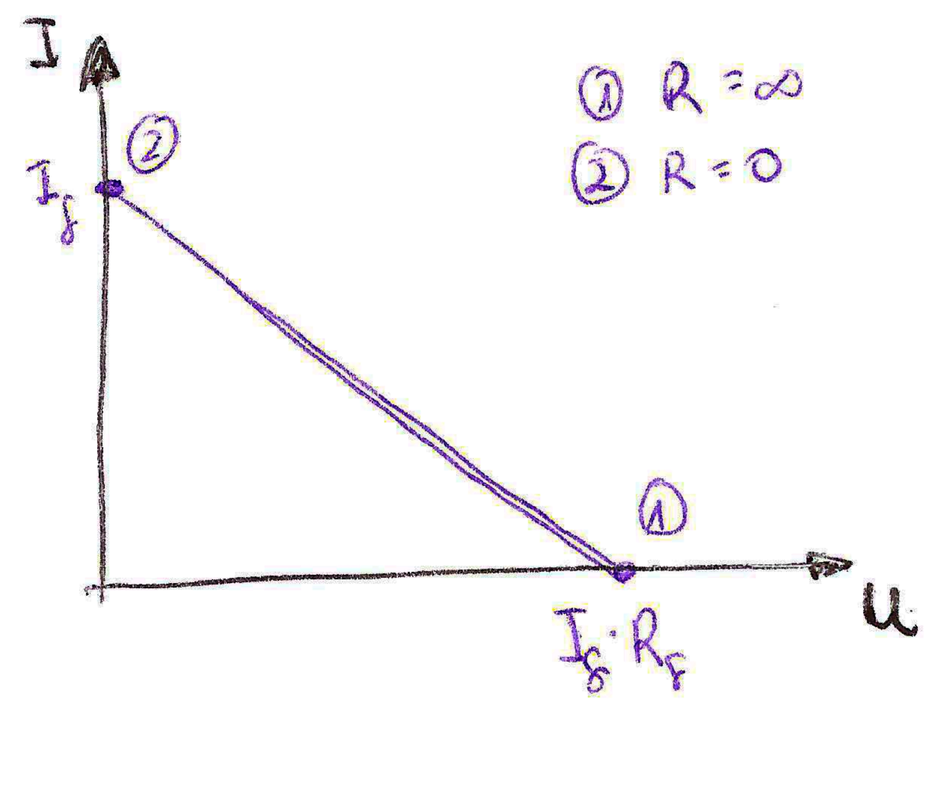
$$\eta = \frac{R_g}{2R_g} = \frac{1}{2} = 50\%$$

- Conociendo los comportamientos de potencia y rendimiento, su optimización depende del uso que reciba el dispositivos, primando potencia o rendimiento según el caso.

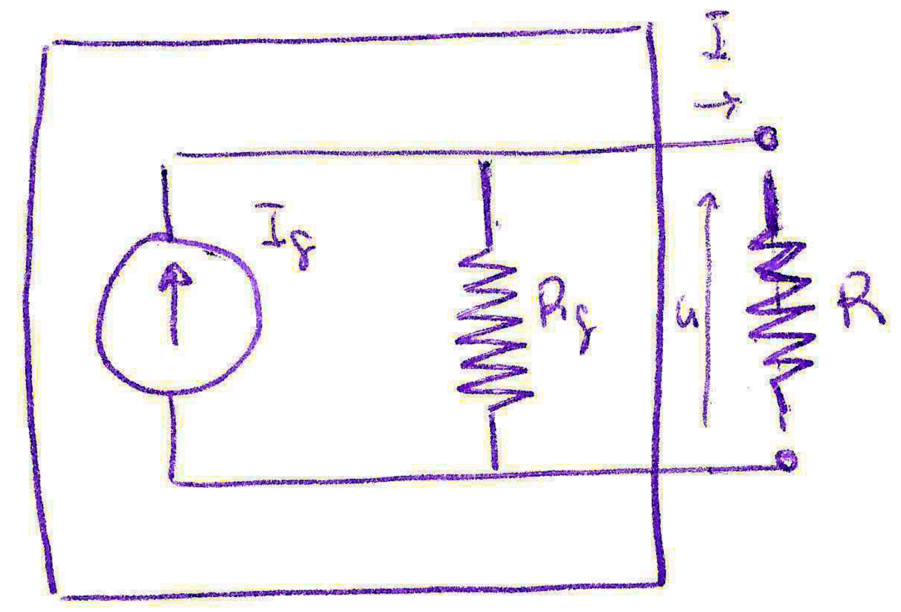
* <u>FUENTES DE CORRIENTE. MODELO NORTON.</u>

- Tomamos ahora una fuente de corriente real, sobre la cual realizamos el mismo experimento con diferentes resistencias, plasmándolo en una gráfica que relacione corriente con caída de tensión.





- La relación entre diferencia de potencial e intensidad es lineal, al igual que con la pila, de manera que para modelizar este comportamiento recurrimos a un nuevo modelo que contempla una fuente de corriente ideal con una resistencia interna en paralelo.



MODELO NORTON

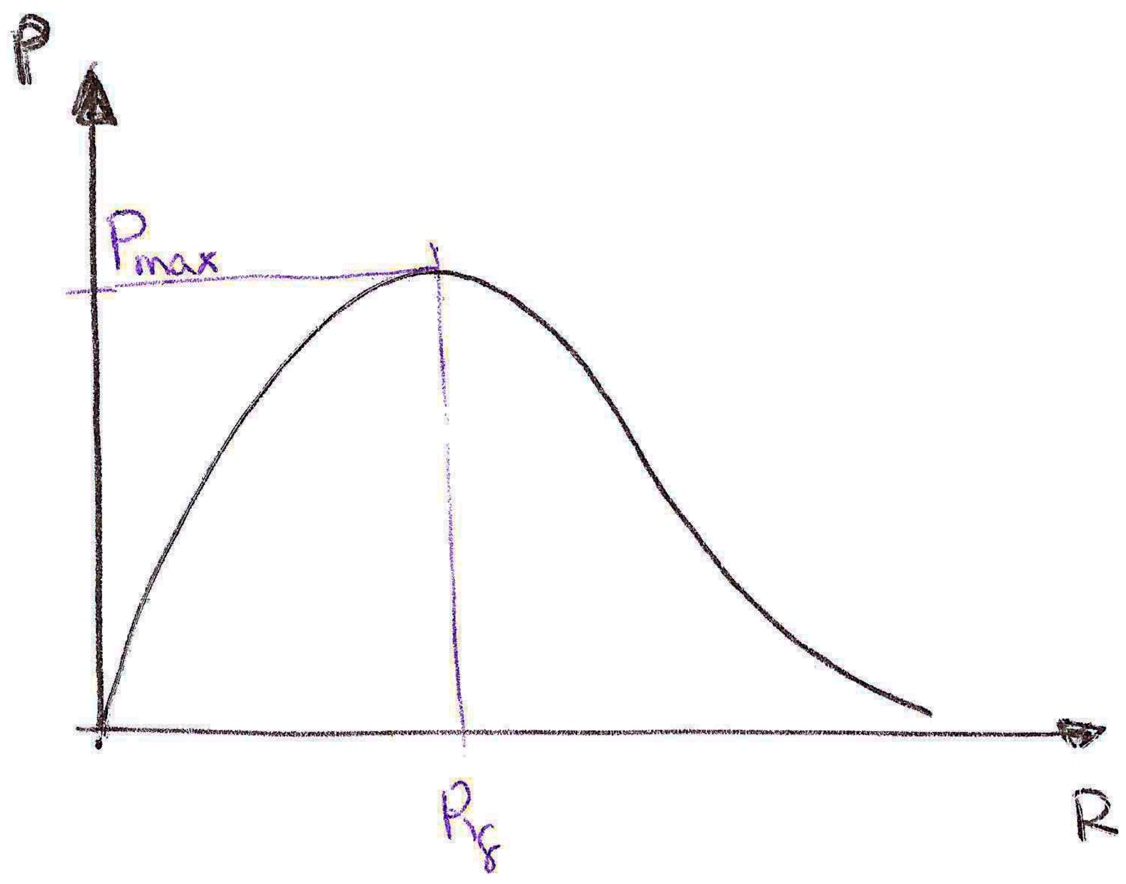
- Este modelo se llama modelo Norton y verifica el comportamiento experimental:

$$R = \infty \rightarrow I = 0 \rightarrow u = I_g \cdot R_g$$

$$R = 0 \rightarrow I = I_g \rightarrow u = I_g \cdot R$$

- Analizando la potencia consumida en este circuito obtenemos:

$$P = u \cdot I = (I \cdot R) \cdot \left(\frac{R_g}{R + R_g} I_g \right) = \frac{R_g^2 \cdot R}{(R + R_g)^2} I_g^2$$



$$\left. \begin{array}{l} u = \dfrac{R \cdot R_g}{R + R_g} I_g \\ I = \dfrac{u}{R} \end{array} \right\} I = \frac{R_g}{R + R_g} I_g$$

$$R = 0 \rightarrow P = 0$$

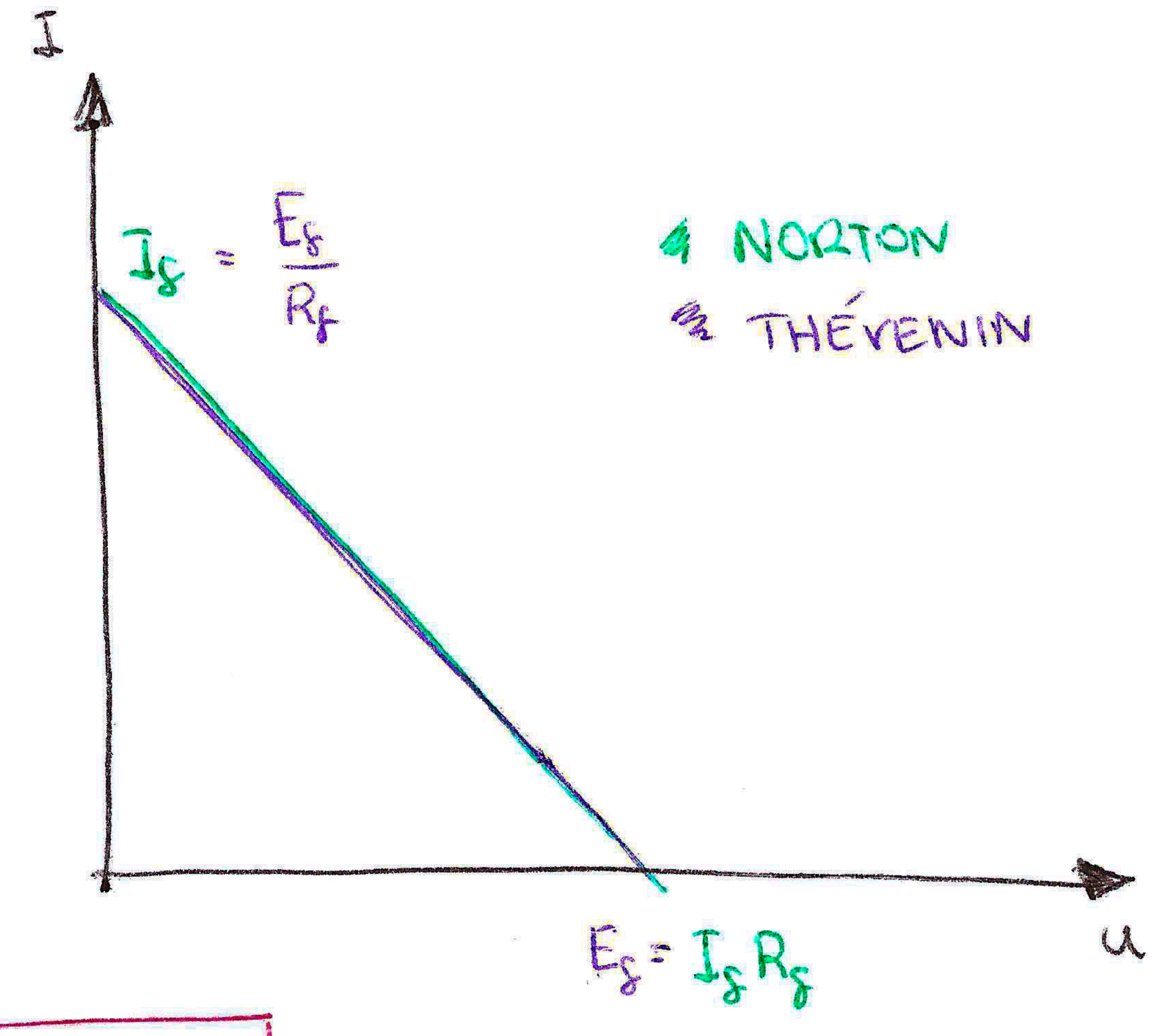
$$R = \infty \rightarrow P = 0$$

$$P \in \mathbb{R}_+$$

- La potencia máxima será: $\frac{dP}{dR} = 0 \leftrightarrow R = R_g \Rightarrow \boxed{P_{máx} = \frac{R_g \cdot I_g^2}{4}}$

- Los resultados que hemos obtenido al estudiar los dos modelos por separado nos permiten afirmar que son equivalentes, ya que con los valores internos adecuados, no se podría diferenciar uno de otro en su comportamiento.

- Para establecer con qué valores son equivalentes ambos modelos nos basta con imponer que las rectas de comportamiento coincidan obteniendo:

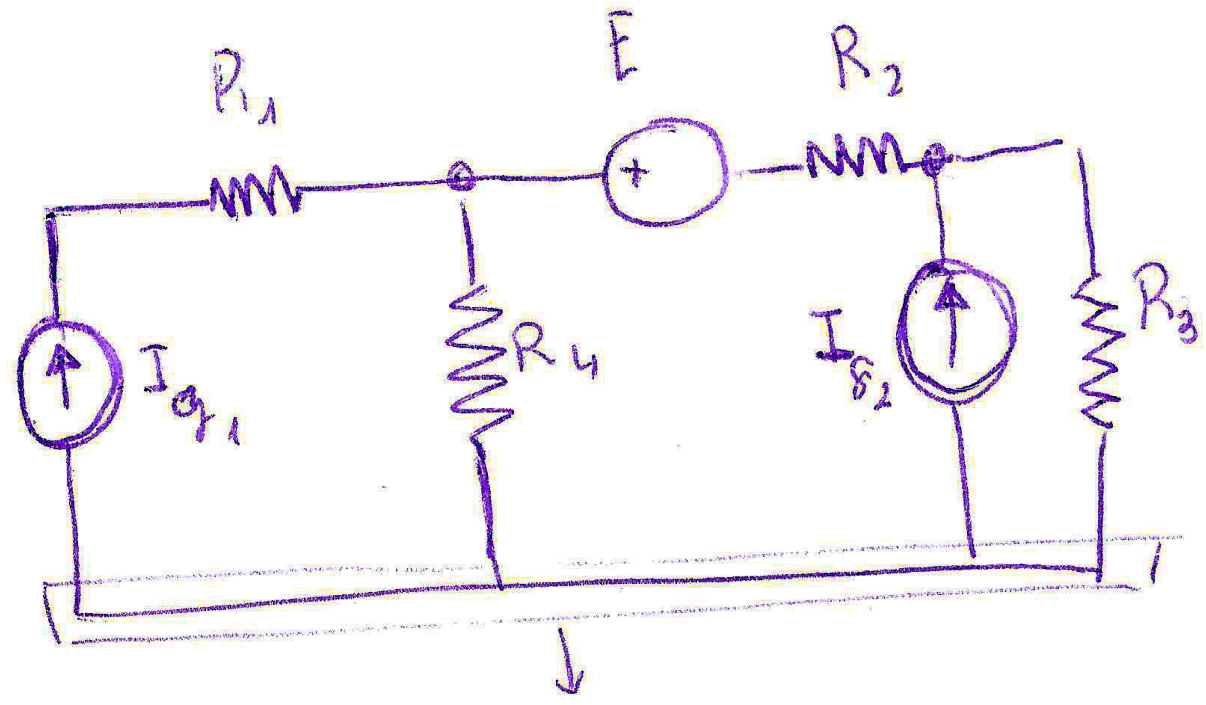


Dualidad NORTON - THÉVENIN

$$\boxed{\begin{array}{l} R_{g_N} = R_{g_T} = R_g \\ E_{g_T} = I_{g_N} R_g \end{array}}$$

2. RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

- Ante un circuito cualquiera como el de la figura, las posibles incógnitas son:
  - → Hallar el cto. equivalente
  - → Determinar tensiones y corrientes en los nudos
  - → Determinar las potencias disipadas



un único nudo por estar todos al mismo potencial

- Para resolver los problemas utilizaremos las leyes de Kirchhoff, tomando como nudo la unión de tres o más corrientes distintas.

1ª Ley: ley de nudos: $\boxed{\sum I_i = 0}$